

Tecniche multi-criteriali a supporto dei processi decisionali

Parte prima: Introduzione all'analisi multi-criterio

Luca Anzilli

Dipartimento di Scienze dell'Economia – Università del Salento

luca.anzilli@unisalento.it

Lecce, 16 luglio 2025

INTERNATIONAL SUMMER SCHOOL 2025

Analisi del rischio tecnologico e delle intelligenze artificiali

Forme del rischio, intelligenza artificiale e limiti del diritto

Centro Studi sul Rischio

- Comprendere i principi fondamentali dell'analisi decisionale multi-criterio (MCDA)
- Esplorare le principali categorie di metodi MCDA
- Analizzare applicazioni pratiche e strumenti di supporto alle decisioni complesse
- Valutare vantaggi, limiti e potenzialità delle tecniche MCDA

Struttura della lezione

Introduzione all'analisi multi-criterio

Esempi tipici di problemi MCDA

Contesto e vantaggi dell'approccio MCDA

Formalizzazione dei problemi MCDA

Famiglie di metodi MCDA

Indicatori compositi e modelli gerarchici

Incertezza nell'analisi decisionale

MCDA e rischio algoritmico nel diritto

Introduzione all'analisi multi-criterio

Il processo decisionale può essere analizzato da tre prospettive:

- **Analisi descrittiva:** interpreta il comportamento del decisore sulla base della rappresentazione dei dati (grafici, tabelle).
- **Analisi prescrittiva:** propone metodi per migliorare la qualità delle decisioni.
- **Analisi normativa:** affronta decisioni complesse, promuovendo il confronto tra opinioni e la ricerca del consenso.

- **Scelta:** selezionare l'alternativa migliore o un sottoinsieme accettabile.
- **Classificazione:** assegnare le alternative a categorie predefinite (es. “eccellente”, “sufficiente”, “critico”).
- **Ordinamento:** disporre le alternative in ordine di preferenza, totale o parziale.

- **Descrizione:** analizzare e rappresentare le caratteristiche delle alternative e delle conseguenze associate. È una fase preliminare fondamentale per comprendere la struttura del problema.
- **Elicitazione:** raccogliere informazioni soggettive, come preferenze, pesi o parametri decisionali, da parte del decisore o degli stakeholder coinvolti.

In presenza di più decisori, è necessario adottare un **approccio decisionale di gruppo**, che tenga conto delle preferenze collettive e dei meccanismi di aggregazione.

L'analisi decisionale multi-criterio può essere suddivisa in due grandi categorie:

- **MODM (Multi-Objective Decision Making):** affronta problemi di ottimizzazione con spazio decisionale continuo e più funzioni obiettivo.
- **MADM (Multi-Attribute Decision Making):** si applica a problemi con un numero finito di alternative (spazio decisionale discreto).

Nella pratica, i termini MCDM e MCDA sono spesso utilizzati in modo intercambiabile.

Esempi tipici di problemi MCDA

Un esempio classico di applicazione MCDA è la **scelta di un'auto**.

Il decisore (individuo o famiglia) deve valutare alternative in base a criteri spesso in conflitto, come:

- costo, consumi, manutenzione
- spazio, ergonomia, marca
- valore di rivendita, assistenza, estetica

Le tecniche MCDA aiutano a identificare la soluzione più soddisfacente, bilanciando le preferenze e promuovendo il consenso.

Obiettivo	Criteri	Alternative
Scegliere la scuola migliore	▪ Distanza ▪ Reputazione ▪ Costo ▪ Insegnanti	Scuole
Selezionare un hotel	▪ Ambiente ▪ Qualità del cibo ▪ Fascia di prezzo ▪ Livello di rumore ▪ Pulizia ▪ Categoria	Elenco degli hotel

Obiettivo	Criteri	Alternative
Selezione dei fornitori	▪ Consegna puntuale ▪ Qualità e storico dei tempi di consegna ▪ Capacità tecnica ▪ ...	Fornitori

Obiettivo	Criteri	Alternative
Selezione di agenzie pubblicitarie	▪ Capacità di pianificazione strategica - Ricerca di marketing - Pianificazione integrata - Comprensione del contesto aziendale ▪ Competenze nel settore media - Pianificazione dei media - Acquisto spazi pubblicitari ▪ Creatività - Efficacia delle campagne creative - Riconoscimenti e premi pubblicitari ▪ Livello di servizio - Ampiezza dell'offerta - Qualità del personale - Compatibilità e rispetto delle tempistiche ▪ Attenzione ai costi	Agenzie

Contesto e vantaggi dell'approccio MCDA

Contesto e motivazioni

- Le decisioni complesse coinvolgono criteri molteplici e spesso in conflitto (es. economici, sociali, ambientali).
- I contesti decisionali sono sempre più multidimensionali e richiedono strumenti strutturati.
- È necessario confrontare alternative eterogenee in modo trasparente e giustificabile.

Vantaggi dell'approccio MCDA

- Integra dati quantitativi e qualitativi in un quadro coerente.
- Rende il processo decisionale trasparente, tracciabile e replicabile.
- Favorisce il coinvolgimento degli stakeholder e consente analisi di sensitività.

Aggregare valutazioni su più dimensioni: la sfida centrale

- Le metodologie MCDA mirano a fornire al decisore una raccomandazione fondata su valutazioni multidimensionali.
- Gli elementi fondamentali del problema decisionale sono:
 - **Oggetti**: alternative, opzioni, azioni, soluzioni, ecc.
 - **Dimensioni**: criteri, stakeholder, rischi, benefici, ecc.
- **La sfida**: combinare queste valutazioni in modo coerente, trasparente e giustificabile.

Formalizzazione dei problemi MCDA

Struttura tabellare di un problema MCDA

	Criterio 1	Criterio 2	...	Criterio n
Alternativa 1	.	.	...	.
Alternativa 2	.	.	...	.
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Alternativa m	.	.	...	.

Ogni cella rappresenta la valutazione di un'alternativa rispetto a un criterio. I valori possono essere numerici, qualitativi, fuzzy o probabilistici.

Formalizzazione di un problema MCDA

Un problema MCDA può essere formalizzato come segue:

Dati:

- Un insieme finito di **alternative** decisionali:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$$

- Un insieme finito di **criteri** di valutazione:

$$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$$

Obiettivo: identificare l'alternativa (o le alternative) con il più alto grado di desiderabilità rispetto ai criteri considerati.

La matrice decisionale

Il problema MCDA può essere rappresentato mediante una **matrice decisionale**:

$$\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

dove x_{ij} rappresenta la valutazione dell'alternativa a_i rispetto al criterio c_j .

Osservazione

Talvolta, le alternative sono dette *azioni*, i criteri *attributi*, e le valutazioni *conseguenze*.

Struttura dei criteri

- **Gerarchia:** i criteri possono essere organizzati in livelli (criteri principali, sotto-criteri, ecc.), facilitando l'analisi di problemi complessi.
- **Conflitto:** i criteri possono essere tra loro in contrasto (es. costo vs qualità), rendendo necessaria una valutazione di compromesso.

Criticità nella valutazione

- **Unità di misura eterogenee:** i criteri possono essere espressi in scale diverse (euro, km, punteggi, ecc.).
- **Normalizzazione:** è spesso necessario trasformare i valori per renderli confrontabili su una scala comune. Esistono diverse tecniche di normalizzazione.

Famiglie di metodi MCDA

L'Analisi Decisionale Multi-Criterio comprende diverse famiglie di metodi, ciascuna caratterizzata da un approccio specifico alla sintesi delle preferenze e alla valutazione delle alternative.

Principali categorie:

- **Metodi basati su funzioni di valore** (es. Weighted Sum, OWA, Choquet)
- **Metodi di tipo outranking** (es. ELECTRE, PROMETHEE)
- **Metodi basati su regole decisionali** (es. rule-based, logiche fuzzy)
- **Altri approcci**: TOPSIS, metodi interattivi, fuzzy

Questi metodi attribuiscono un punteggio complessivo a ciascuna alternativa, combinando le valutazioni sui criteri secondo una funzione aggregativa.

Esempi:

- **Weighted Sum Model (WSM)** – somma pesata delle prestazioni
- **Ordered Weighted Averaging (OWA)** – aggregazione ordinata
- **WOWA** – combinazione di WSM e OWA
- **Integrale di Choquet / Sugeno** – modellano interazioni tra criteri

Metodi di tipo outranking

Questi metodi si basano sulla costruzione di una relazione di surclassamento tra alternative:

$a \text{ } S \text{ } b$ significa: “ a è almeno preferibile a b ”

Caratteristiche:

- Gestione dell'incompletezza e dell'imprecisione nelle preferenze
- Confronti a coppie tra alternative rispetto ai criteri

Esempi:

- **ELECTRE** – relazioni di concordanza e discordanza
- **PROMETHEE** – flussi di preferenza positivi e negativi
- **GAIA** – visualizzazione grafica delle preferenze

Questi approcci rappresentano le preferenze del decisore attraverso regole del tipo:

“SE [condizione sui criteri] ALLORA [preferenza]”

Vantaggi:

- Trasparenza e interpretabilità
- Adatti a contesti con conoscenza esperta o qualitativa

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution):

- Confronta ogni alternativa con una soluzione ideale e una anti-ideale
- Seleziona l'alternativa più vicina all'ideale e più lontana dall'anti-ideale

Altri approcci:

- Metodi fuzzy
- Metodi interattivi
- Approcci basati su preferenze parziali o incomplete

Indicatori compositi e modelli gerarchici

- **Indicatori sintetici:** strumenti che aggregano più dimensioni in un unico valore rappresentativo. Esempi noti includono:
 - ESG (Environmental, Social, Governance)
 - MPI (Multidimensional Poverty Index)
- **Modelli gerarchici:** rappresentano la struttura del problema decisionale in forma ad albero, con criteri principali e sotto-criteri. Esempi:
 - AHP (Analytic Hierarchy Process)
 - Strutture gerarchiche multilivello

Incertezza nell'analisi decisionale

- L'**incertezza** deriva da dati incompleti, incoerenti o imprecisi, e dalla **soggettività dei giudizi umani**.
- È spesso difficile assegnare valori numerici precisi ai criteri o tradurre valutazioni qualitative in scale quantitative.
- Molti parametri sono espressi tramite **termini linguistici** (es. “alto”, “basso”, “accettabile”), che riflettono la vaghezza del linguaggio naturale.

- **Analisi di sensitività:** valuta l'impatto delle variazioni nei dati o nei pesi sui risultati. Spesso si adotta un approccio "*one-at-a-time*".
- **Analisi di scenari:** esplora l'evoluzione del problema sotto diverse ipotesi plausibili. Particolarmente utile nei metodi outranking.
- **Analisi di robustezza:** verifica la stabilità delle soluzioni rispetto a incertezze nei parametri o nei modelli.

- La **logica fuzzy** consente di rappresentare l'incertezza in modo quantitativo, partendo da valutazioni qualitative.
- Gli **insiemi fuzzy** permettono di integrare dati numerici e conoscenza espressa in linguaggio naturale.
- Questo approccio è particolarmente utile quando i giudizi sono espressi in termini soggettivi o linguistici.

MCDA e rischio algoritmico nel diritto

Esempio giuridico: valutazione del rischio algoritmico

- **Contesto:** decisioni giudiziarie sulla concessione della libertà vigilata.
- **Problema:** utilizzo di algoritmi predittivi per stimare il rischio di recidiva.
- **Sfida:** opacità degli algoritmi e mancanza di trasparenza nei criteri usati.
- **Soluzione proposta:** applicazione della MCDA per:
 - rendere espliciti i criteri (es. gravità del reato, comportamento in carcere, supporto sociale);
 - assegnare pesi trasparenti e giustificabili;
 - integrare giudizi esperti e dati quantitativi;
 - documentare il processo decisionale in modo tracciabile.
- **Risultato atteso:** maggiore legittimità e responsabilità nelle decisioni automatizzate.

- **Contesto:** crescente utilizzo di sistemi di IA per supportare decisioni giuridiche (es. concessione della libertà vigilata, valutazione del rischio di recidiva).
- **Problema:** gli algoritmi predittivi possono introdurre rischi legati a:
 - opacità dei modelli (black-box);
 - criteri impliciti o non documentati;
 - bias nei dati e nelle valutazioni;
 - difficoltà di giustificare le decisioni.
- **Proposta:** l'approccio MCDA può contribuire a:
 - rendere espliciti e trasparenti i criteri decisionali;
 - assegnare pesi giustificabili e condivisibili;
 - integrare dati quantitativi e giudizi esperti;
 - documentare il processo decisionale in modo tracciabile.

Tecniche multi-criteriali a supporto dei processi decisionali

Parte seconda: Metodi e strumenti per l'analisi multi-criterio

Luca Anzilli

Dipartimento di Scienze dell'Economia

Università del Salento

Lecce, 16 luglio 2025

INTERNATIONAL SUMMER SCHOOL 2025

Analisi del rischio tecnologico e delle intelligenze artificiali

Forme del rischio, intelligenza artificiale e limiti del diritto

Centro Studi sul Rischio

Contenuti della lezione

Struttura e trattamento dei dati nei problemi decisionali multi-criterio

Metodo SAW (Simple Additive Weighting)

Esempio di applicazione del metodo SAW: valutazione etico-giuridica di sistemi di IA

Rank reversal (Inversione di graduatoria)

Approccio basato sulle funzioni valore

Oltre il modello additivo

Altri metodi per il supporto alle decisioni: outranking e TOPSIS

Logica Fuzzy e MCDA

Esempi di casi di studio

Esempio di caso studio in ambito legale

Struttura e trattamento dei dati nei problemi decisionali multi-criterio

Impostazione di base di un problema MCDA

- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ è l'insieme delle m **alternative decisionali**.
- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ è l'insieme dei **criteri decisionali**, talvolta indicato anche come $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ o, per semplicità, $F = \{1, 2, \dots, n\}$.
- $g_j(a_i)$ (o x_{ij}) rappresenta la **valutazione** dell'alternativa a_i rispetto al criterio g_j , per ogni $a_i \in A$ e $g_j \in F$.
- La **matrice decisionale** è definita come $M = [g_j(a_i)]$ oppure $M = [x_{ij}]$.
- $w_j \geq 0$ rappresenta il **peso** (o coefficiente di importanza relativa) del criterio g_j . I pesi si dicono *normalizzati* se
$$\sum_{j=1}^n w_j = 1.$$

La matrice decisionale

Un problema MCDA con m alternative e n criteri può essere rappresentato mediante la **matrice decisionale** (o *matrice delle performance*):

$$\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

dove x_{ij} indica la performance dell'alternativa a_i rispetto al criterio c_j .

Se indichiamo con $g_j(a_i)$ la prestazione dell'alternativa a_i rispetto al criterio c_j , la **matrice decisionale** può essere espressa anche come:

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} & c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \end{matrix} \\
 \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{matrix} \begin{bmatrix} g_1(a_1) & g_2(a_1) & g_3(a_1) & \dots & g_n(a_1) \\ g_1(a_2) & g_2(a_2) & g_3(a_2) & \dots & g_n(a_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1(a_m) & g_2(a_m) & g_3(a_m) & \dots & g_n(a_m) \end{bmatrix}
 \end{array}$$

- Ogni variabile viene **normalizzata**, ovvero trasformata su una scala comune per evitare problemi di incomparabilità tra criteri espressi in unità diverse.
- **Riscaldamento**: conversione dei valori in un intervallo $[0, 1]$ tramite un valore di riferimento (es. obiettivo) oppure rispetto ai valori *massimo* e *minimo* osservati nel campione.

Osservazione

Se il procedimento di normalizzazione adottato è *dipendente dai dati*, e può causare fenomeni di **rank reversal**.

Denotiamo:

$$x_{min} = \min\{x_1, \dots, x_n\}, \quad x_{max} = \max\{x_1, \dots, x_n\}$$

- **Min-Max scaling:**

$$x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

- **Distanza dal massimo/minimo:**

$$x' = \frac{x}{x_{max}} \quad (\text{se il criterio è da massimizzare (beneficio)})$$

$$x' = \frac{x_{min}}{x} \quad (\text{se il criterio è da massimizzare (costo)})$$

- **Distanza relativa da un valore obiettivo:**

$$x' = \frac{|x_{target} - x|}{x_{target}}$$

Metodo SAW (Simple Additive Weighting)

Metodo SAW (Simple Additive Weighting)

Il **metodo della somma ponderata semplice (SAW)**, noto anche come *weighted sum model (WSM)* o *weighted linear combination*, è uno dei metodi più noti e semplici per valutare un insieme di alternative rispetto a più criteri decisionali.

L'idea di base consiste nel moltiplicare il valore normalizzato di ciascuna alternativa per il peso del criterio corrispondente (assegnato dal decisore) e sommare i prodotti ottenuti per tutti i criteri.

Il metodo si fonda sul concetto di **media ponderata** e fornisce un punteggio complessivo per ciascuna alternativa.

Il metodo SAW è apprezzato per la sua semplicità operativa. Le principali fasi sono:

- 1) Costruzione della matrice di confronto a coppie tra i criteri e assegnazione di un punteggio in base alla loro importanza relativa.
- 2) Calcolo del vettore dei pesi (priorità) come media delle righe della matrice normalizzata.
- 3) Normalizzazione della matrice decisionale per rendere confrontabili i valori dei criteri.
- 4) Calcolo del punteggio complessivo di ciascuna alternativa come somma pesata dei valori normalizzati.

Applicazione del metodo SAW: Selezione di hotel

Obiettivo: **prioritizzare una serie di hotel** sulla base di criteri rilevanti.

- **Criteri:**

Cr1: Posizione dell'hotel

Cr2: Costo

Cr3: Valutazione complessiva

Cr4: Categoria dell'hotel

Cr5: Servizi offerti

- **Alternative (hotel):** P1, P2, P3, P4, P5, P6

- **Pesi:** $w_1 = 0,1$, $w_2 = 0,3$, $w_3 = 0,1$, $w_4 = 0,2$, $w_5 = 0,3$

Nota: Cr2 è un criterio di costo; Cr1, Cr3, Cr4 e Cr5 sono criteri di

Rischi etici dell'IA nella giustizia

- **Discriminazione algoritmica** I modelli possono replicare o amplificare pregiudizi presenti nei dati, penalizzando gruppi vulnerabili.
- **Mancaanza di trasparenza** I sistemi “black box” rendono difficile comprendere e contestare le decisioni automatizzate.
- **Erosione del ruolo del giudice** L'automatizzazione eccessiva può ridurre la centralità del giudizio umano e la personalizzazione del caso.
- **Violazioni della privacy** L'uso di dati sensibili senza adeguate garanzie può compromettere i diritti alla riservatezza.
- **Assenza di accountability** È spesso difficile attribuire responsabilità legale in caso di errore o danno causato da un

**Esempio di applicazione del metodo
SAW: valutazione etico-giuridica di
sistemi di IA**

Un comitato di giuristi deve valutare quattro sistemi di Intelligenza Artificiale (IA) candidati all'adozione in ambito pubblico.

L'obiettivo è selezionare il sistema che meglio rispetta i principi etici e giuridici fondamentali.

- **Cr1** – Trasparenza e spiegabilità (beneficio)
- **Cr2** – Rischio di discriminazione algoritmica (costo)
- **Cr3** – Conformità al GDPR (beneficio)
- **Cr4** – Impatto sui diritti fondamentali (costo)
- **Cr5** – Responsabilità e tracciabilità (beneficio)

Pesi assegnati:

$$w_1 = 0.30, \quad w_2 = 0.20, \quad w_3 = 0.15, \quad w_4 = 0.15, \quad w_5 = 0.20$$

- **IA1:** Sistema predittivo per la giustizia minorile
- **IA2:** Sistema di riconoscimento facciale per sicurezza urbana
- **IA3:** Assistente virtuale per la consulenza legale
- **IA4:** Sistema di triage automatizzato in pronto soccorso

Matrice decisionale

Sistema	Cr1	Cr2	Cr3	Cr4	Cr5
IA1	4.0	3.0	3.0	2.0	5.0
IA2	3.0	2.0	5.0	3.0	3.0
IA3	5.0	4.0	4.0	1.0	2.0
IA4	2.0	1.0	2.0	4.0	4.0

- I criteri di **beneficio** (Cr1, Cr3, Cr5) sono normalizzati con:

$$x' = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$

- I criteri di **costo** (Cr2, Cr4) sono normalizzati con:

$$x' = \frac{x_{\max} - x}{x_{\max} - x_{\min}}$$

Matrice normalizzata

Sistema	Cr1	Cr2	Cr3	Cr4	Cr5
IA1	0.67	0.33	0.33	0.67	1.00
IA2	0.33	0.67	1.00	0.33	0.33
IA3	1.00	0.00	0.67	1.00	0.00
IA4	0.00	1.00	0.00	0.00	0.67

Punteggi finali (SAW)

Sistema	Punteggio SAW
IA1	0.672
IA2	0.600
IA3	0.700
IA4	0.578

1. **IA3** – Assistente virtuale per la consulenza legale
2. **IA1** – Sistema predittivo per la giustizia minorile
3. **IA2** – Riconoscimento facciale per sicurezza urbana
4. **IA4** – Triage automatizzato in pronto soccorso

Nessuna alternativa domina tutte le altre: il metodo SAW consente di bilanciare i criteri etici e giuridici.

Rank reversal (Inversione di graduatoria)

Consideriamo come esempio un problema decisionale, con 2 criteri e 3 alternative. Supponiamo inoltre che entrambi i criteri siano da massimizzare (benefici) e che la matrice delle decisione sia:

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{array} \begin{array}{cc} c_1 & c_2 \\ \left[\begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 7 & 4 \\ 1 & 8 \end{array} \right] \end{array}$$

Consideriamo la seguente **matrice decisionale**:

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{array} \begin{array}{cc} \mathbf{c_1} & \mathbf{c_2} \\ \left[\begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 7 & 4 \\ 1 & 8 \end{array} \right] \end{array}$$

Normalizzando ciascun criterio con il metodo *min-max*, otteniamo la **matrice normalizzata**:

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{array} \begin{array}{cc} \mathbf{c_1} & \mathbf{c_2} \\ \left[\begin{array}{cc} 1/3 & 1/2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

Utilizzando come **funzione di valore** la somma semplice:

$$V(A) = \frac{5}{6}, \quad V(B) = 1, \quad V(C) = 1$$

Risultato: $V(B) > V(A)$, quindi **B** è preferita ad **A**.

Introduciamo ora una nuova alternativa D :

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{D} \end{array} \begin{array}{cc} \mathbf{c_1} & \mathbf{c_2} \\ \left[\begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 7 & 4 \\ 1 & 8 \\ 101 & 5 \end{array} \right] \end{array}$$

Dopo il processo di normalizzazione, la matrice diventa:

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{D} \end{array} \begin{array}{cc} \mathbf{c_1} & \mathbf{c_2} \\ \left[\begin{array}{cc} 0.02 & 0.50 \\ 0.06 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 \\ 1.00 & 0.25 \end{array} \right] \end{array}$$

Valori ottenuti: $V(A) = 0.52$, $V(B) = 0.06$

Ora $\mathbf{A}$ è preferita a $\mathbf{B} \Rightarrow$ **Inversione di ordinamento** (o inversione di preferenza)

Approccio basato sulle funzioni valore

Teoria del valore multi-criterio (MAVT)

Il metodo **Multi-Attribute Value Theory (MAVT)** si basa sull'ipotesi fondamentale secondo cui ogni decisore cerca di ottimizzare, in modo consapevole o implicito, una funzione che aggrega tutti i suoi punti di vista.

Ciò implica che le preferenze del decisore possono essere rappresentate da una funzione, detta **funzione di valore** o **funzione di utilità**, solitamente indicata con V oppure U .

Questa funzione non è necessariamente nota all'inizio del processo decisionale, pertanto il decisore deve prima costruirla.

La funzione di utilità rappresenta un modo per misurare il grado di desiderabilità o preferenza associato agli oggetti in esame, detti *alternative*.

Per ciascun criterio, il decisore assegna un **punteggio**, detto **punteggio di utilità marginale**. I punteggi marginali relativi ai diversi criteri vengono poi **aggregati** in una seconda fase per ottenere il **punteggio di utilità globale**.

Ogni alternativa a viene valutata tramite la funzione V e riceve un **punteggio** $V(a)$.

Questo punteggio consente di ordinare tutte le alternative dalla migliore alla peggiore. Le relazioni di preferenza e indifferenza tra le alternative sono definite come segue:

$$a \text{ è preferita a } b \quad \Longleftrightarrow \quad V(a) > V(b)$$

$$a \text{ e } b \text{ sono indifferenti} \quad \Longleftrightarrow \quad V(a) = V(b)$$

La funzione di utilità V può essere costruita utilizzando diverse metodologie.

Approccio basato sulle funzioni di utilità marginale

Per ciascun criterio c_j , si applica una funzione di utilità marginale U_j .

$$\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ g_1(a_1) & g_2(a_1) & g_3(a_1) & \dots & g_n(a_1) \\ g_1(a_2) & g_2(a_2) & g_3(a_2) & \dots & g_n(a_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1(a_m) & g_2(a_m) & g_3(a_m) & \dots & g_n(a_m) \end{bmatrix}$$

$\uparrow$
 U_1

$\uparrow$
 U_2

$\uparrow$
 U_3

$\uparrow$
 U_n

In questo modo, si ottiene la seguente matrice:

$$\begin{array}{c}
 c_1 \qquad \qquad c_2 \qquad \qquad c_3 \qquad \qquad \dots \qquad \qquad c_n \\
 \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{array} \left[\begin{array}{ccccc} U_1(g_1(a_1)) & U_2(g_2(a_1)) & U_3(g_3(a_1)) & \dots & U_n(g_n(a_1)) \\ U_1(g_1(a_2)) & U_2(g_2(a_2)) & U_3(g_3(a_2)) & \dots & U_n(g_n(a_2)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_1(g_1(a_m)) & U_2(g_2(a_m)) & U_3(g_3(a_m)) & \dots & U_n(g_n(a_m)) \end{array} \right]
 \end{array}$$

Aggregazione complessiva

$$\begin{array}{ccccccc} & c_1 & c_2 & \dots & c_n & & \\ a_1 & \left[\begin{array}{cccc} U_1(g_1(a_1)) & U_2(g_2(a_1)) & \dots & U_n(g_n(a_1)) \end{array} \right] & \rightarrow & V(a_1) \\ a_2 & \left[\begin{array}{cccc} U_1(g_1(a_2)) & U_2(g_2(a_2)) & \dots & U_n(g_n(a_2)) \end{array} \right] & \rightarrow & V(a_2) \\ \vdots & \left[\begin{array}{cccc} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right] & & \\ a_m & \left[\begin{array}{cccc} U_1(g_1(a_m)) & U_2(g_2(a_m)) & \dots & U_n(g_n(a_m)) \end{array} \right] & \rightarrow & V(a_m) \end{array}$$

L'**aggregazione complessiva** può essere effettuata mediante una opportuna **funzione di aggregazione** F , nel modo seguente:

$$V(a) = F(U_1(g_1(a)), U_2(g_2(a)), \dots, U_n(g_n(a)))$$

Esempio: il modello additivo

Le valutazioni delle alternative $g_j(a_i)$ vengono innanzitutto trasformate in contributi di utilità marginale, indicati con U_j , al fine di evitare problemi di scala.

I punteggi riferiti ai singoli criteri, espressi in termini di utilità, vengono poi **aggregati** mediante una somma pesata (da cui il termine modello additivo). Il punteggio finale è calcolato quindi come:

$$V(a) = \sum_{j=1}^n U_j(g_j(a)) \cdot w_j$$

Osservazione

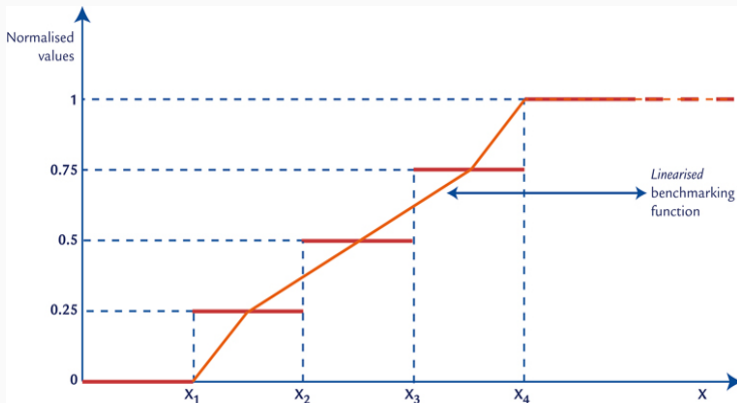
Nel caso di funzioni additive, è necessario che sia rispettata la *condizione di indipendenza delle preferenze*, cioè che le preferenze relative a determinati livelli di un attributo (criterio) non dipendono dai livelli fissati per gli altri attributi.

Secondo l'approccio MAVT, ogni indicatore viene trasformato su una scala comune, ad esempio $[0, 1]$, mediante una opportuna **funzione di valore marginale** U_j (o V_j), **indipendente dai dati** (cioè definita a priori).

Osservazione

In questo modo si evita il fenomeno del *rank reversal*!

- Una possibile modalità: definizione di livelli di performance (benchmark).
- Esempio con 5 livelli.



Oltre il modello additivo

Metodi basati su funzioni di valore

I metodi basati su funzioni di valore, noti anche come metodi *compensativi*, sono tra i più diffusi nell'ambito dell'analisi multi-criterio. Sono particolarmente adatti quando l'obiettivo è ottenere un punteggio quantitativo che rifletta la performance complessiva di un'alternativa rispetto a più criteri.

Questi metodi assumono che una scarsa performance su un criterio possa essere compensata da una buona performance su un altro, rendendoli appropriati in contesti in cui i compromessi sono accettabili.

Il metodo più semplice e utilizzato è il modello della somma pesata, in cui ogni alternativa è valutata sommando i prodotti tra i punteggi normalizzati dei criteri e i rispettivi pesi. Questo approccio è intuitivo ed efficiente, ma presuppone linearità e

Per superare i limiti del modello additivo, sono stati sviluppati operatori di aggregazione più avanzati:

- **Ordered Weighted Averaging (OWA)**: consente di modellare atteggiamenti verso il rischio o la compensazione, assegnando pesi ai valori ordinati dei criteri, anziché ai criteri stessi.
- **Weighted OWA (WOWA)**: estende l'operatore OWA integrando sia l'importanza dei criteri sia l'ordine delle performance, utile quando contano sia la rilevanza dei criteri sia la distribuzione dei valori.
- **Integrale di Choquet**: permette di modellare interazioni tra criteri (conflitti o sinergie), utilizzando una *misura di capacità* (funzione non additiva) per rappresentare l'importanza di ogni sottoinsieme (o *coalizione*) di criteri.

Funzioni di aggregazione OWA

Le **funzioni di aggregazione OWA** (*Ordered Weighted Averaging*) sono funzioni di media ponderata che associano i pesi non agli input specifici, ma ai loro valori ordinati.

Definizione

Data una vettore di pesi $\mathbf{w}$, la funzione **OWA** è definita come:

$$\text{OWA}_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot x_{(j)}$$

dove $x_{(j)}$ è il j -esimo elemento più alto tra gli x_j , e

$$x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(n)}.$$

Osservazione

Due fasi: (i) Riordinamento delle variabili in ingresso; (ii) Media pesata dei valori riordinati.

Esempio:

$$\mathbf{w} = (0.1, 0.3, 0.5, 0.1)$$

$$\mathbf{x} = (10, 2, 6, 1)$$

Riordinando $\mathbf{x}'$: (10, 6, 2, 1)

Calcolo:

$$\text{OWA}_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}') = 10 \cdot 0.1 + 6 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.1 = \mathbf{4.7}$$

Esempi di assegnazione di vettori di pesi:

- $\mathbf{w} = (1, \dots, 0, 0) \longrightarrow$ **Massimo**
- $\mathbf{w} = (0, \dots, 0, 1) \longrightarrow$ **Minimo**
- **Media aritmetica delle due migliori performance**

$$\mathbf{w} = (0.5, 0.5, 0, \dots, 0)$$

- **Mediana**

Questi operatori non possono essere ottenuti utilizzando le medie pesate!

Integrale di Choquet

Consideriamo il problema di valutare studenti in una scuola superiore rispetto a tre materie: matematica (M), fisica (F) e letteratura (L).

I voti (su scala 0–20) di tre studenti **a**, **b** e **c** sono:

	M	F	L
Studente a	18	16	10
Studente b	10	12	18
Studente c	14	15	15

Preferenze della scuola

Supponiamo che la scuola abbia un orientamento scientifico, e quindi attribuisca maggiore importanza a matematica e fisica rispetto alla letteratura:

$$w_M = w_F > w_L$$

Tuttavia, se la scuola desidera premiare studenti con valutazioni equilibrate, allora lo studente **c** dovrebbe essere preferito allo studente **a**, che mostra una debolezza marcata in letteratura:

$$V(\mathbf{c}) > V(\mathbf{a})$$

Limiti della media pesata

Supponiamo di voler costruire un modello di valutazione che assegni a ciascuno studente s un punteggio complessivo $V(s)$, calcolato tramite una media pesata dei voti ottenuti nelle diverse materie.

Tuttavia, si può dimostrare che **non esiste alcun vettore di pesi** che soddisfi contemporaneamente:

- le preferenze espresse dall'Istituto Scolastico (es. maggiore importanza alle materie scientifiche),
- e il desiderio di premiare studenti con prestazioni equilibrate.

Conclusione: la media pesata non è in grado di rappresentare correttamente il modello di preferenze desiderato.

L'integrale di Choquet come soluzione

L'integrale di Choquet è un operatore di aggregazione che supera i limiti della media pesata nei contesti in cui:

- le preferenze non sono additive,
- l'importanza di un criterio dipende dalla presenza di altri (interazioni tra criteri),
- si desidera premiare profili equilibrati o penalizzare squilibri.

A differenza della media pesata, l'integrale di Choquet utilizza una **misura non additiva** (*capacità*) che assegna importanza a tutti i **sottoinsiemi di criteri**, non solo ai singoli.

Risultato: consente di modellare preferenze complesse e ottenere valutazioni più coerenti con le intenzioni decisionali.

L'integrale di Choquet

- L'integrale di Choquet è un operatore di aggregazione che permette di modellare preferenze **non additive**.
- Tiene conto non solo dell'importanza dei singoli criteri, ma anche delle **interazioni tra gruppi di criteri** (coalizioni).
- È utile quando l'importanza di un criterio dipende dalla presenza o assenza di altri.
- Esempio: in medicina, un sintomo può essere poco rilevante da solo, ma cruciale se combinato con altri.
- Le misure fuzzy discrete permettono di assegnare importanza a **tutti i sottoinsiemi** di criteri.
- La media pesata e l'OWA sono casi particolari dell'integrale di Choquet (rispettivamente con misura additiva e simmetrica).

Altri metodi per il supporto alle decisioni: outranking e TOPSIS

I metodi **outranking** (superamento o surclassamento) si basano sul confronto tra alternative, piuttosto che sull'aggregazione di punteggi.

Caratteristiche principali:

- Permettono di gestire preferenze parziali e incerte.
- Non richiedono la completa compensazione tra criteri.
- Utili quando i criteri sono eterogenei o difficilmente confrontabili.
- Producono relazioni di superamento tra alternative (es. **a** supera **b**).

Esempi: metodi ELECTRE, PROMETHEE.

Il metodo ELECTRE

ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) è una famiglia di metodi outranking utilizzata per confrontare coppie di alternative sulla base di criteri multipli.

Principali concetti:

- **Indice di concordanza:** misura il grado in cui i criteri supportano il fatto che un'alternativa a sia almeno preferibile a b .
- **Indice di discordanza:** misura il grado in cui uno o più criteri si oppongono fortemente a tale affermazione.

Idea di base: a supera b se:

- il grado di concordanza è sufficientemente alto,
- non esiste una forte discordanza.

Il metodo TOPSIS

Il metodo TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) si basa sull'idea che la migliore alternativa sia quella più vicina alla soluzione ideale e più lontana da quella peggiore.

Fasi principali:

1. Costruzione della matrice di decisione normalizzata.
2. Calcolo della soluzione ideale e anti-ideale.
3. Misura della distanza di ciascuna alternativa da entrambe.
4. Calcolo di un indice di vicinanza all'ideale.

Vantaggi:

- Intuitivo e facile da implementare.

Logica Fuzzy e MCDA

Nei problemi decisionali reali, le preferenze degli stakeholder, i criteri di valutazione e i dati disponibili sono spesso incerti, vaghi o soggettivi.

La logica fuzzy fornisce un quadro teorico e operativo per modellare questa incertezza.

Cos'è la logica fuzzy?

- Introdotta da **Lotfi Zadeh** nel 1965.
- Estende la logica classica binaria, permettendo valori di verità compresi tra 0 e 1.
- Utile per rappresentare concetti qualitativi come *alto*, *basso*, *accettabile*, *preferibile*, ecc.

- **Fuzzy Sets:** rappresentazione flessibile di criteri e alternative.
- **Fuzzy Weights:** pesi espressi come numeri fuzzy (triangolari, trapezoidali).
- **Fuzzy Aggregation:** adattamento di metodi come weighted sum, TOPSIS, AHP.
- **Fuzzy Ranking:** confronto e ordinamento delle alternative con metodi fuzzy.

- Maggiore realismo nella modellazione delle preferenze umane.
- Capacità di trattare dati qualitativi e quantitativi in modo integrato.
- Flessibilità nell'analisi di scenari incerti o incompleti.

Perché usare insiemi fuzzy per rappresentare variabili qualitative?

- Le valutazioni degli esperti sono spesso espresse in termini linguistici: *basso*, *medio*, *alto*.
- Gli insiemi fuzzy (triangolari, trapezoidali) permettono di modellare l'ambiguità e l'incertezza insita in queste valutazioni.
- A differenza dei sistemi classici (crisp), non richiedono soglie rigide tra le classi.
- Consentono una transizione **graduale (smooth)** tra categorie, evitando discontinuità artificiali.

Esempio: classificazione della velocità di un'auto come *bassa*, *media* o *elevata*.

Sistema classico (crisp):

- Soglie nette:
es. velocità < 50 km/h =
bassa
- Cambiamenti bruschi: un
solo km/h può cambiare la
classe
- Non riflette l'incertezza delle
valutazioni umane

Sistema fuzzy:

- Soglie flessibili: le classi si
sovrappongono
- Transizione continua tra
bassa, media, alta
- Maggiore realismo e
robustezza nella
classificazione

La logica fuzzy permette di modellare la gradualità delle percezioni umane.

Confronto tra classificazione Crisp e Fuzzy

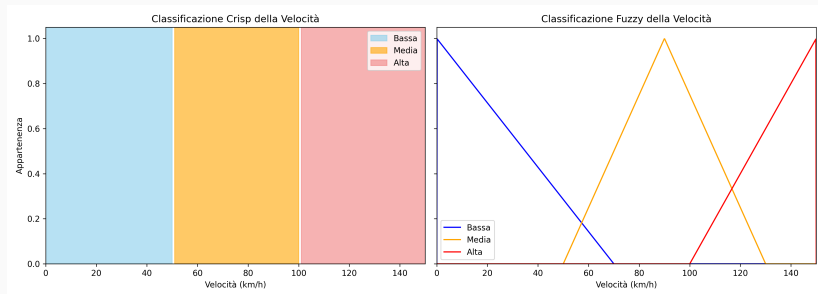


Figura 1: A sinistra: classificazione **crisp** con soglie nette tra le classi. A destra: classificazione **fuzzy** con transizione graduale tra le classi.

Obiettivo: Costruire un *indicatore di rischio ambientale* per valutare siti industriali.

Criteri considerati:

- Emissioni inquinanti (CO_2 , NO_x , PM)
- Vicinanza a zone residenziali
- Presenza di aree protette
- Frequenza di incidenti ambientali

Modellazione fuzzy dei criteri

- Ogni criterio è valutato su una scala linguistica: *basso*, *medio*, *alto*.
- Le etichette linguistiche sono rappresentate da **numeri fuzzy triangolari**.
- Esempio: *Emissioni* = *alto* $\rightarrow$ numero fuzzy (0.7, 0.9, 1.0)

Nota: Le valutazioni possono essere fornite da esperti o derivate da dati ambientali.

Fuzzificazione della variabile *emissioni*

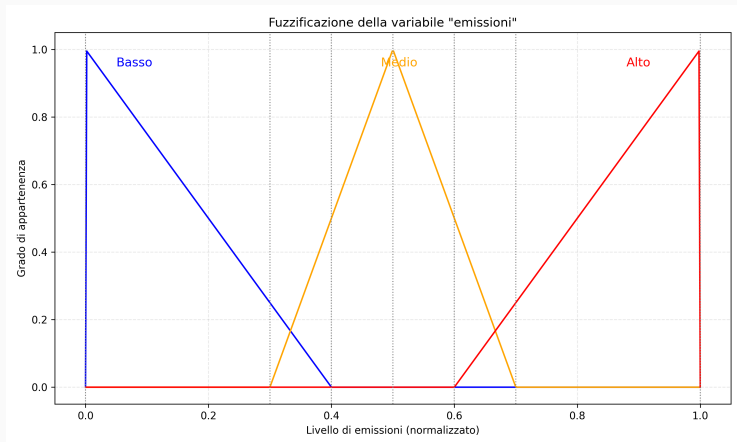


Figura 2: Rappresentazione dei numeri fuzzy triangolari associati alla variabile "livello di emissioni": *Basso*, *Medio*, *Alto*.

Costruzione dell'indicatore

1. Si assegnano **pesi fuzzy** ai criteri (es. maggiore importanza alle emissioni).
2. Si aggregano le valutazioni fuzzy tramite una **media pesata fuzzy**.
3. Si ottiene un **punteggio fuzzy complessivo** per ciascun sito.
4. Si defuzzifica il punteggio per ottenere un valore numerico interpretabile.

Interpretazione dell'indicatore

Valori defuzzificati:

- $< 0.4 \rightarrow$ Rischio basso
- $0.4 - 0.7 \rightarrow$ Rischio medio
- $> 0.7 \rightarrow$ Rischio elevato

Vantaggi:

- Integra dati quantitativi e qualitativi.
- Gestisce l'incertezza e l'ambiguità nelle valutazioni.
- Supporta decisioni più robuste e trasparenti.

Esempi di casi di studio

Caso di studio: Valutazione del rischio pandemico basata sull'integrale di Sugeno

Sugeno Integral Based Pandemic Risk Assessment

Luca Anzilli¹  and Marta Cardin² 

¹ Dipartimento di Scienze dell'Economia, Università del Salento, Lecce, Italy
luca.anzilli@unisalento.it

² Department of Economics, Ca' Foscari University of Venice, Venice, Italy
mcardin@unive.it

Abstract. Complex situations such as pandemics generally lead to consider different sources of information in the analysis. We propose a general framework for coronavirus risk assessment based on multi-criteria decision aiding (MCDA) where input variables are indicators expressed on the basis of qualitative-ordinal scales. The proposed approach, based on Sugeno Utility Functionals, makes the problem setting easy to interpret and allows us to reflect the policy-makers' opinions on the importance of each indicator or subset of indicators. Interestingly, our approach is related to if-then rule-based systems adopted by some Governments for pandemic risk assessment and restriction policy planning.

Keywords: Sugeno integral · Multiple criteria decision making · Local utility function · Coronavirus pandemic · Aggregation functions

Anzilli, L., & Cardin, M. (2022). *Sugeno Integral Based Pandemic Risk Assessment*. In International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, pp. 34–46. Springer.

Caso di studio: Un approccio multi-criterio per la ponderazione dei fattori di rischio biologici nella sclerosi multipla: implicazioni cliniche e assicurative



Article

Multi-Criterial Model for Weighting Biological Risk Factors in Multiple Sclerosis: Clinical and Health Insurance Implications

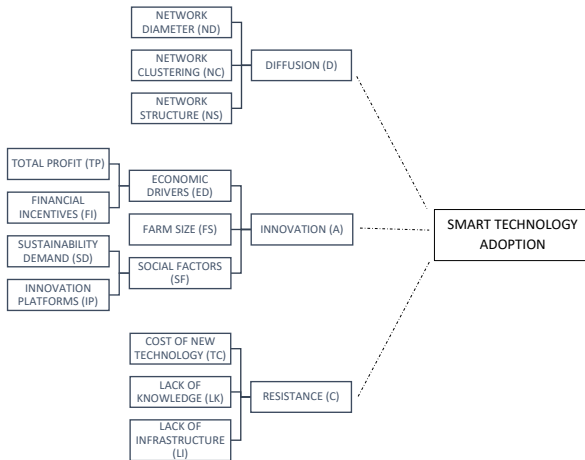
Roberto De Masi ^{1,2}, Stefania Orlando ^{2,*}, Chiara Leo ³, Matteo Pasca ¹, Luca Anzilli ³
and Maria Carmela Costa ⁴

De Masi, R., Orlando, S., Leo, C., Pasca, M., Anzilli, L., & Costa, M. C. (2023). Multi-Criterial Model for Weighting Biological Risk Factors in Multiple Sclerosis: Clinical and Health Insurance Implications. In Healthcare (Vol. 11, No. 17, p. 2420). MDPI.

Caso di studio: Valutare l'efficacia delle politiche per favorire l'adozione delle tecnologie smart in agricoltura

Anzilli, L., & Farina, A. (2023). A variational model for innovation diffusion under fuzzy uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, 473, 108724.

Anzilli, L. (2024). Evaluating Policy Effectiveness to Enhance Smart Farming Technologies Adoption Using Fuzzy Logic and Sugeno Integral. In *International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing* (pp. 19-29). Springer.



Caso di studio: Valutare il rischio di malattia (in particolare cardiovascolare)

Anzilli, L., & Giove, S. (2020). Multi-criteria and medical diagnosis for application to health insurance systems: a general approach through non-additive measures. *Decisions in Economics and Finance*, 43(2), 559-582.

Si presenta un sistema di supporto alle decisioni sanitarie basato su un approccio matematico avanzato: l'integrale di Choquet e misure non additive. Questo metodo è particolarmente utile quando:

- I dati clinici sono scarsi o incompleti
- Non si possono applicare modelli statistici tradizionali
- È necessario integrare l'esperienza dei medici

Esempio di caso studio in ambito legale

Si presenta un caso tratto da:

*Lindell, B. (2017). Multi-criteria analysis in legal reasoning.
Edward Elgar Publishing*

che illustra come l'Analisi Multi-Criterio (MCDA) e la Logica Fuzzy possano supportare le decisioni legali, in particolare nella valutazione dell'equità di una clausola contrattuale.

Contesto: Il caso riguarda la validità e la “ragionevolezza” di impegni di garanzia. I garanti hanno successivamente richiesto la modifica o l'annullamento di tali impegni, invocando la Sezione 36 della legge svedese sui contratti, che consente di rivedere una clausola se ritenuta “irragionevole”.

Sintesi del problema

Tema: Valutazione della ragionevolezza di una clausola contrattuale di garanzia.

Contesto: I garanti chiedono la modifica o l'annullamento degli impegni, invocando la Sezione 36.

Sfida: Il giudice deve formulare un giudizio complessivo sull'“irragionevolezza” della clausola, bilanciando molteplici fattori qualitativi e incerti.

Argomentazioni delle parti

Convenuti (Garanti):

- Esistenza di un accordo orale non riflesso nel contratto scritto.
- Invocazione della dottrina delle assunzioni.
- Mancato adempimento dell'obbligo informativo da parte della banca.

Banca:

- Clausole di garanzia standard e conformi alle pratiche bancarie.
- Corretta informazione e trasparenza.
- Eventuale riferimento al contesto di crisi finanziaria.

Strutturazione del problema con MCDA

Obiettivo: Valutare il grado di irragionevolezza della clausola.

Criteri rilevanti:

- Chiarezza e completezza dell'accordo.
- Adempimento dell'obbligo informativo.
- Esperienza e conoscenza dei garanti.
- Contesto economico e di mercato.
- Finalità e benefici della garanzia.
- Caratteristiche della clausola contrattuale.

MCDA: Permette di assegnare pesi ai criteri e strutturare il processo valutativo.

Gestione dell'ambiguità con la logica fuzzy

Perché fuzzy? I criteri legali sono spesso espressi in termini qualitativi e soggettivi.

Strumenti fuzzy:

- **Variabili linguistiche:** La Logica Fuzzy permette di usare variabili linguistiche per esprimere giudizi, come "Obbligo di informazione: Pienamente adempiuto, Parzialmente adempiuto, Non adempiuto"; o "Esperienza (dei garanti): Elevata, Media, Bassa".
- **Funzioni di appartenenza:** A queste variabili linguistiche vengono associate "funzioni di appartenenza" che quantificano il grado in cui un dato fatto rientra in una categoria linguistica (es. un garante con "certa" esperienza potrebbe avere un grado di appartenenza di 0.7 a "Media" e 0.3 a "Elevata").

- **Regole fuzzy (Regole "Se-Allora"):** Vengono definite regole basate sulla conoscenza legale e sull'esperienza. Esempio:
 - SE (Obbligo di informazione è Non adempiuto) E (Esperienza dei garanti è Bassa) ALLORA (Grado di irragionevolezza è Elevato).
 - SE (Clausola è Standard di settore) E (Comunicazione è Chiara) ALLORA (Grado di irragionevolezza è Basso).
- **Defuzzificazione:** Le conclusioni derivanti dalle regole fuzzy vengono poi aggregate e "defuzzificate" per produrre un risultato numerico o un'indicazione chiara del "grado di irragionevolezza" complessivo, utile per supportare la decisione finale del giudice.

Vantaggi dell'approccio combinato per i Giudici:

- **Trasparenza e Tracciabilità:** Rende espliciti i criteri, le ponderazioni e le logiche di valutazione, aumentando la trasparenza del processo decisionale.
- **Coerenza Decisionali:** Aiuta a promuovere una maggiore coerenza nelle sentenze, fornendo una metodologia standardizzata per la valutazione di casi simili.
- **Gestione dell'Incertezza e dell'Ambiguità:** La Logica Fuzzy è appropriata nel trattare concetti legali "sfumati" che non possono essere definiti con precisione binaria.
- **Supporto, Non Sostituzione:** Questi strumenti non sostituiscono il giudizio umano, ma lo arricchiscono fornendo un'analisi strutturata.
- **Miglioramento della Comunicazione:** Le motivazioni delle decisioni possono essere comunicate più chiaramente, mostrando come i vari fattori sono stati considerati e